

Corso di Laurea in INFORMATICA

Algoritmi e Strutture Dati

MODULO 2

Algebre di dati

Dati e rappresentazioni, requisiti delle astrazioni di dati, costrutti. Astrazioni di dati e dati primitivi. Specifica sintattica e semantica. La realizzazione.

Questi lucidi sono stati preparati da Maria Francesca Costabile e Floriana Esposito, Università degli Studi di Bari, per uso didattico. Essi contengono materiale originale di proprietà dell'Università degli Studi di Bari e/o figure di proprietà di altri autori, società e organizzazioni di cui è riportato il riferimento. Tutto o parte del materiale può essere fotocopiato per uso personale o didattico ma non può essere distribuito per uso commerciale. Qualunque altro uso richiede una specifica autorizzazione da parte dell'Università degli Studi di Bari e degli altri autori coinvolti.



Dipartimento di Informatica - Università di Bari

1

UN PROGRAMMA CORRISPONDE ALLA TRIPLA

{ D , A , R }

SI PUÒ DIRE CHE, POICHÉ TRASFORMA DATI INIZIALI IN RISULTATI, DEFINISCE UN NUOVO OPERATORE SUI DATI.

IL REPERTORIO DI OPERATORI DISPONIBILI SUI DATI PUÒ ESSERE AMPLIATO SCRIVENDO PROGRAMMI.

L'ASTRAZIONE FUNZIONALE È LA TECNICA CHE PERMETTE DI POTENZIARE IL LINGUAGGIO DISPONIBILE INTRODUCENDO NUOVI OPERATORI. QUESTI SONO DEFINITI ATTRAVERSO SOTTO PROGRAMMI IN CUI SI FA USO DEGLI OPERATORI BASE, GIÀ DISPONIBILI.

L'INTESTAZIONE DEL SOTTOPROGRAMMA INTRODUCE IL NOME E GLI ARGOMENTI DEL SOTTOPROGRAMMA MENTRE IL CORPO NE DESCRIVE LE REGOLE DI COMPORTAMENTO.

2

**CONSIDERIAMO LA FORMULA PER IL CALCOLO DEL
COEFFICIENTE BINOMIALE**

$n, m \in \mathbb{N} \quad (n > m)$

$$\binom{n}{m} = n! / (m! (n - m)!)$$

**CHE FORNISCE IL NUMERO DELLE POSSIBILI
COMBINAZIONI DI N OGGETTI PRESI A GRUPPI DI M .**

**IL CALCOLO È IMMEDIATO SE SI SUPPONE DI AVERE UN
OPERATORE FATT(K) CHE CALCOLA IL FATTORIALE K!
PER UN GENERICO VALORE K**

$$K! = K \cdot (K-1) \cdot (K-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

3

**SI USERA' DA QUI IN POI UNA NOTAZIONE IN UNO
PSEUDO LINGUAGGIO**

```
PROGRAM CBIN;  
  VAR N,M,R:INTEGER;  
  BEGIN  
    R:= FATT(N)/(FATT(M) • FATT(N-M));  
  END;
```

**SE FATT(K) NON È DISPONIBILE È NECESSARIO
SCRIVERE UN SOTTOPROGRAMMA PER AMPLIARE IL
REPERTORIO DEGLI OPERATORI.**

L'ASTRAZIONE FUNZIONALE CI CONSENTE QUESTO.

4

I LINGUAGGI DI PROGRAMMAZIONE AD ALTO LIVELLO
PERMETTONO L'USO DI

ASTRAZIONE FUNZIONALE

CIOÈ CONSENTONO DI

CREARE DELLE UNITÀ DI PROGRAMMA DANDO UN NOME
AD UN GRUPPO DI ISTRUZIONI E STABILISCONO LE
MODALITÀ DI COMUNICAZIONE TRA L'UNITÀ DI
PROGRAMMA CREATA ED IL RESTO DEL PROGRAMMA IN
CUI ESSA SI INSERISCE.

AL MOMENTO DELLA ATTIVAZIONE (SU CHIAMATA) DELLA
UNITÀ DI PROGRAMMA, VIENE SOSPESA L'ESECUZIONE
DEL PROGRAMMA (O DELL'UNITÀ) CHIAMANTE: IL
CONTROLLO PASSA ALLA UNITÀ ATTIVATA E, ALL'ATTO
DEL COMPLETAMENTO DELLA SUA ESECUZIONE,
L'ATTIVAZIONE TERMINA E IL CONTROLLO TORNA AL
PROGRAMMA CHIAMANTE.

5

I COSTRUTTI LINGUISTICI PER REALIZZARE LA ASTRAZIONE
FUNZIONALE CONSENTONO DI DEFINIRE

UNA SPECIFICA E UNA REALIZZAZIONE

LA SPECIFICA DEFINISCE "COSA" CI SI ASPETTA DALLA
FUNZIONE CIOÈ DEFINIRÀ

*"LA RELAZIONE CHE CARATTERIZZA IL LEGAME
TRA DATI DI INGRESSO E RISULTATI"*

NEL CASO DEL FATTORIALE LA SPECIFICA DIRA' CHE:

1. L'INTESTAZIONE È

FUNCTION FATT(K:INTEGER): INTEGER;

*L'INGRESSO K (argomento) E' UNA VARIABILE DI TIPO INTERO;
IL RISULTATO E' ANCORA DI TIPO INTERO E SARA' ASSOCIATO
ALLA VARIABILE DI NOME FATT*

1. LA FUNZIONE DA CALCOLARE E' DEFINITA COME

FATT(K)=K • (K-1) •..... •2 • 1 K ≥ 1

6

LA REALIZZAZIONE DEFINISCE “COME” IL RISULTATO VIENE OTTENUTO.

ALLA STESSA SPECIFICA, INFATTI, POTRANNO CORRISPONDERE SCELTE DI REALIZZAZIONE DIVERSE.

LA FUNZIONE FATT POTREBBE ESSERE REALIZZATA CON UN PROGRAMMA ITERATIVO

```
FUNCTION FATT(K: INTEGER): INTEGER;  
    VAR I,F : INTEGER ;  
BEGIN  
    IF (K = 1) THEN F:=1 ELSE  
        FOR I:= 2 TO K DO F :=F * I ;  
    FATT := F ;  
END;
```

7

MA E' ANCHE POSSIBILE REALIZZARLA CON UN PROGRAMMA RICORSIVO

```
FUNCTION FATT(K: INTEGER): INTEGER;  
    VAR F : INTEGER ;  
BEGIN  
    IF (K = 1) THEN F:=1 ELSE  
        F:= K * FATT(K-1);  
    FATT := F ;  
END;
```

8

LA ASTRAZIONE DI DATI RICALCA ED ESTENDE IL CONCETTO DI ASTRAZIONE FUNZIONALE.

COSI' COME L'ASTRAZIONE FUNZIONALE PERMETTE DI AMPLIARE L'INSIEME DEI MODI DI OPERARE SUI DATI, CIOÈ GLI OPERATORI SUI TIPI DI DATI GIÀ DISPONIBILI, LA ASTRAZIONE DI DATI PERMETTE DI AMPLIARE I TIPI DI DATI DISPONIBILI ATTRAVERSO L'INTRODUZIONE SIA DI NUOVI TIPI DI DATI CHE DI NUOVI OPERATORI.

L'ASTRAZIONE FUNZIONALE STIMOLA GLI SFORZI PER EVIDENZIARE OPERAZIONI RICORRENTI O BEN CARATTERIZZATE ALL'INTERNO DELLA SOLUZIONE DI UN PROBLEMA

L'ASTRAZIONE DI DATI SOLLECITA AD INDIVIDUARE LE ORGANIZZAZIONI DEI DATI PIÙ ADATTE ALLA SOLUZIONE DEL PROBLEMA

9

Modularizzazione per tipo astratto: concettualizzazione

Capitolo 10 libro Cadoli et al., pag 224

E' necessario fornire, durante la fase di concettualizzazione, una specifica sufficientemente precisa di un tipo astratto di dato.

Tale caratterizzazione deve soddisfare le seguenti condizioni:

- la descrizione del tipo sia chiara e non ambigua;
- le caratteristiche del tipo vengano specificate in modo completamente indipendente dalla rappresentazione dei valori e dalla realizzazione delle operazioni.

Un tipo astratto di dato è un oggetto matematico costituito da: un insieme, detto il dominio del tipo, che raccoglie i valori del tipo, ed un insieme di funzioni, che corrispondono alle operazioni che si possono effettuare sui valori del tipo.

Un semplice esempio di tipo astratto è il tipo *Boolean*: il dominio è formato dai due valori di verità (che possiamo chiamare "true" e "false") e le operazioni sono "or", "and" e "not", con il significato usuale.

Tipo astratto di dato

Definizione: *Un tipo astratto di dato è un oggetto matematico costituito da due componenti:*

1. una collezione di domini, uno dei quali, chiamato dominio di interesse, riveste particolare importanza, perché è il dominio del tipo, cioè rappresenta tutti i valori del tipo;

2. un insieme di funzioni, ciascuna delle quali ha come dominio di definizione il prodotto cartesiano di n domini che appartengono alla collezione di cui al punto 1, e come codominio un dominio che appartiene alla collezione stessa.

Dal punto di vista matematico, un tipo astratto di dato può essere considerato come un'algebra eterogenea, cioè un'algebra che coinvolge più insiemi

11

COSA E' UN'ALGEBRA? È UN SISTEMA MATEMATICO COSTITUITO DA UN DOMINIO, CIOÈ UN INSIEME DI VALORI E DA UN INSIEME DI FUNZIONI APPLICABILI SU TALI VALORI.

IL NUMERO, IL TIPO E LE PROPRIETÀ DELLE FUNZIONI SONO GLI ELEMENTI ESSENZIALI DI UN ALGEBRA.

12

UN 'ALGEBRA DEI DATI PUÒ ESSERE DEFINITA COME COSTITUITA DA:

- 1. UNA FAMIGLIA DI INSIEMI (INSIEME DI DATI)**
- 2. UNA FAMIGLIA DI OPERATORI SUI DATI (OPERATORI)**
- 3. UN REPERTORIO DI SIMBOLI (O NOMI) PER INDICARE L' INSIEME DI DATI**
- 4. UN REPERTORIO DI SIMBOLI (O NOMI) PER INDICARE GLI OPERATORI**
- 5. UN REPERTORIO DI SIMBOLI (DETTI COSTANTI) PER INDICARE ELEMENTI SINGOLI DEGLI INSIEMI DI DATI**

13

Esempio-1 di Algebra di dati

- 1. LA FAMIGLIA DI INSIEMI COMPRENDE:
I NUMERI INTERI, I BOOLEANI, LE STRINGHE (SEQUENZE DI CARATTERI ALFANUMERICI).**
- 2. LA FAMIGLIA DI OPERATORI COMPRENDE:**
 - OPERATORI ARITMETICI (SOMMA, SOTTRAZIONE, MOLTIPLICAZIONE E DIVISIONE)**
 - OPERATORI DI CONGIUNZIONE, DISGIUNZIONE E NEGAZIONE PER I BOOLEANI**
 - OPERATORI DI CONFRONTO TRA INTERI (MAGGIORE, MINORE, UGUALE ETC.)**
 - OPERATORI DI CONCATENAZIONE PER LE SEQUENZE DI CARATTERI E DI SELEZIONE DI SOTTOSTRINGA (QUESTO RESTITUISCE COME RISULTATO LA PARTE DI STRINGA COMPRESA TRA DUE NUMERI INTERI CHE INDICANO LA POSIZIONE DEL PRIMO E DELL' ULTIMO CARATTERE).**

14

3. IL REPERTORIO DEI SIMBOLI O NOMI PER L' INSIEME DI DATI POTREBBE ESSERE:

INTEGER, BOOLEAN, STRING

4. IL REPERTORIO DI SIMBOLI O NOMI PER GLI OPERATORI POTREBBE ESSERE:

+ , - , * , / **PER GLI OPERATORI ARITMETICI**

AND , OR , NOT **PER GLI OPERATORI BOOLEANI**

> , < , = , ≠ , ≤ , ≥ **PER I CONFRONTI TRA INTERI**

SUBSTR E & **PER LA SELEZIONE E LA
CONCATENAZIONE DI STRINGHE**

15

5. GLI ELEMENTI SINGOLI PER GLI INSIEMI DI DATI (LE COSTANTI) POTREBBERO ESSERE:

- OGNI INTERO VIENE INDICATO A UNA SEQUENZA DI CIFRE DECIMALI, EVENTUALMENTE PRECEDUTA DA + O - , INTERPRETATA SECONDO LA NOTAZIONE DECIMALE;**
- I VALORI BOOLEANI SONO INDICATI DA TRUE E FALSE.**
- OGNI SEQUENZA DI CARATTERI VIENE INDICATA DALLA SEQUENZA RACCHIUSA TRA APICI;**

16

NELL'ASTRAZIONE DI DATI DISTINGUIAMO:

UNA SPECIFICA :

**HA IL COMPITO DI DESCRIVERE SINTETICAMENTE IL TIPO
DEI DATI E GLI OPERATORI CHE LI CARATTERIZZANO**

UNA REALIZZAZIONE :

**STABILISCE COME I DATI E GLI OPERATORI VENGONO
RICONDOTTI AI TIPI DI DATI E AGLI OPERATORI GIÀ
DISPONIBILI**

17

I REQUISITI DELLA ASTRAZIONE DI DATI

<REQUISITO DI ASTRAZIONE>

**È VERIFICATO QUANDO I PROGRAMMI CHE USANO
UN'ASTRAZIONE POSSONO ESSERE SCRITTI IN MODO DA
NON DIPENDERE DALLE SCELTE DI REALIZZAZIONE.**

<REQUISITO DI PROTEZIONE >

**È VERIFICATO SE SUI NUOVI DATI SI PUÒ LAVORARE
ESCLUSIVAMENTE CON GLI OPERATORI DEFINITI ALL'ATTO
DELLA SPECIFICA.**

18

SI E' DETTO CHE UN' ASTRAZIONE DI DATI È COSTITUITA DA :

UNA SPECIFICA E UNA REALIZZAZIONE

LA SPECIFICA HA IL COMPITO DESCRIVERE SINTETICAMENTE IL TIPO DEI DATI E GLI OPERATORI CHE LI CARATTERIZZANO.

SI DISTINGUE IN:

SPECIFICA SINTATTICA, CHE FORNISCE :

- L' ELENCO DEI NOMI DEI TIPI DI DATO UTILIZZATI PER DEFINIRE LA STRUTTURA, DELLE OPERAZIONI SPECIFICHE DELLA STRUTTURA E DELLE COSTANTI**
- PER OGNI NOME DI OPERATORE, FORNISCE I DOMINI DI PARTENZA E DI ARRIVO, CIOÈ I TIPI DEGLI OPERANDI E DEL RISULTATO**

SPECIFICA SEMANTICA, CHE DEFINISCE IL SIGNIFICATO DEI NOMI INTRODOTTI CON LA SPECIFICA SINTATTICA. ASSOCIA:

- UN INSIEME AD OGNI NOME DI TIPO INTRODOTTO NELLA SPECIFICA SINTATTICA**
- UN VALORE AD OGNI COSTANTE**
- UNA FUNZIONE AD OGNI NOME DI OPERATORE ESPLICITANDO LE SEGUENTI CONDIZIONI SUI DOMINI DI PARTENZA E DI ARRIVO:**
 - 1) PRECONDIZIONE CHE DEFINISCE QUANDO L' OPERATORE È APPLICABILE**
 - 2) POSTCONDIZIONE CHE STABILISCE COME IL RISULTATO SIA VINCOLATO AGLI ARGOMENTI DELL' OPERATORE**

LA REALIZZAZIONE SFRUTTA AL MEGLIO LE POSSIBILITA' OFFERTE DALL' AMBIENTE DI PROGRAMMAZIONE

20

**LA DEFINIZIONE DI UN FORMALISMO PER LE SPECIFICHE
SINTATTICHE NON PONE PARTICOLATI PROBLEMI**

**L'INDIVIDUAZIONE DI FORMALISMI PER LE SPECIFICHE
SEMANTICHE E' ASSAI PIU' DIFFICILE**

**IN GENERE, LE SPECIFICHE SEMANTICHE SONO DATE CON
FRASI ESTRATTE DAL LINGUAGGIO NATURALE O DA QUELLO
MATEMATICO**

21

Esempio-3: I NUMERI INTERI E I BOOLEANI
SPECIFICA SINTATTICA

TIPI :

INTEGER, BOOLEAN

OPERATORI :

+ , - : (INTEGER, INTEGER) → INTEGER

< , > : (INTEGER, INTEGER) → BOOLEAN

AND, OR : (BOOLEAN, BOOLEAN) → BOOLEAN

NOT : (BOOLEAN) → BOOLEAN

SEQCIF : () → INTEGER

**SEQUENZA DI CIFRE DECIMALI CON O
SENZA SEGNO**

TRUE : () → BOOLEAN

FALSE : () → BOOLEAN

22

SPECIFICA SEMANTICA

TIPI :

INTEGER : L' INSIEMI DEI NUMERI INTERI

BOOLEAN : L' INSIEME DEI VALORI DI VERITÀ

OPERATORI :

+ E - : FORNISCONO COME RISULTATO SOMME E DIFFERENZE

< E > : DANNO VERO SE IL 1° OPERATORE È MINORE(MAGGIORE) DEL 2°

AND E OR : FORNISCONO RISPETTIVAMENTE LA CONGIUNZIONE E LA DISGIUNZIONE LOGICHE DEI DUE OPERANDI

NOT : FORNISCE LA NEGAZIONE LOGICA DELL' OPERANDO

23

SEQCIF : FORNISCE L' INTERO SECONDO NOTAZIONE DECIMALE

TRUE : CORRISPONDE AL VALORE DI VERITÀ VERO

FALSE : CORRISPONDE AL VALORE DI VERITÀ FALSO

IN QUESTA SPECIFICA IL TIPO DI DATO INTEGER POSSIEDE UN NUMERO INFINITO DI COSTANTI (OGNI POSSIBILE SEQUENZA DI CIFRE DECIMALI È UNA COSTANTE)

MA VI E' UN SOLO MODO DI DEFINIRE UNA SPECIFICA?

L' INSIEME DEGLI OPERATORI DEFINIBILI SU INSIEMI DI DATI E' UNICO?

24

AVREMMO POTUTO UTILIZZARE UN' ALTRA SPECIFICA.

SPECIFICA SINTATTICA

TIPI :

INTEGER, BOOLEAN

OPERATORI :

ZERO : () → INTEGER
TRUE : () → BOOLEAN
FALSE : () → BOOLEAN
SUCC : (INTEGER) → INTEGER
PRED : (INTEGER) → INTEGER
ISZERO : (INTEGER) → BOOLEAN

25

SPECIFICA SEMANTICA

TIPI :

INTEGER : L' INSIEMI DEI NUMERI INTERI

BOOLEAN : L' INSIEME DEI VALORI DI VERITÀ

OPERATORI :

ZERO : DÀ LO ZERO DEI NUMERI INTERI
TRUE : DÀ IL VALORE DI VERITÀ VERO
FALSE : DÀ IL VALORE DI VERITÀ FALSO
SUCC (n) : DÀ $n+1$
PRED (n) : DÀ $n-1$
**ISZERO(n) : DÀ VERO SE E SOLO SE N È LO ZERO
DEGLI INTERI**

26

LA REALIZZAZIONE

RICONDUCE LA SPECIFICA AI TIPI DI DATO PRIMITIVI E AGLI OPERATORI GIÀ DISPONIBILI; IN PARTICOLARE GLI OPERATORI SONO SIMULATI CON SOTTOPROGRAMMI_.

ALLA STESSA SPECIFICA POSSONO CORRISPONDERE DIVERSE REALIZZAZIONI PIÙ O MENO EFFICIENTI. LE REALIZZAZIONI POSSONO ESSERE TRASPARENTI ALL' UTENTE.

27

**UN COSTRUTTO DI PROGRAMMAZIONE PROPRIAMENTE ADATTO ALLA REALIZZAZIONE DI
ASTRAZIONE DI DATI**

DOVRÀ :

•DICHARARE ESPPLICITAMENTE QUALI SONO I NUOVI TIPI DI DATI E QUALI SONO I NUOVI OPERATORI

•DEFINIRE LA RAPPRESENTAZIONE DEI NUOVI DATI IN TERMINI DI DATI PRE-ESISTENTI

•CONTENERE UN INSIEME DI SOTTOPROGRAMMI CHE REALIZZINO GLI OPERATORI DEFINITI SUI NUOVI DATI

28

IL TIPO DI DATO È UN MODELLO MATEMATICO CHE CONSISTE NELLA DEFINIZIONE DI UNA COLLEZIONE DI VALORI (dominio) SUI QUALI SONO AMMESSE CERTE OPERAZIONI (funzioni).

UNA STRUTTURA DI DATI È UN PARTICOLARE TIPO DATO, CARATTERIZZATO PIÙ DALLA ORGANIZZAZIONE IMPOSTA AGLI ELEMENTI CHE LA COMPONGONO CHE DAL TIPO DEGLI ELEMENTI COMPONENTI.

LE STRUTTURE SOLITAMENTE DISPONIBILI NEI LINGUAGGI DI PROGRAMMAZIONE SONO LE TABELLE MONODIMENSIONALI (VETTORI, ARRAY) I CUI ELEMENTI SONO CONTENUTI IN MEMORIA CENTRALE IN LOCAZIONI CONTIGUE

29

IN GENERALE, DISTINGUIAMO STRUTTURE:

- LINEARI : SEQUENZE**
- NON LINEARI : IN CUI NON È INDIVIDUATA
UNA SEQUENZA**
- A DIMENSIONE FISSA : IN CUI IL NUMERO DI
ELEMENTI NON PUÒ
VARIARE NEL TEMPO**
- A DIMENSIONE VARIABILE : IN CUI IL NUMERO DI
ELEMENTI PUÒ
VARIARE NEL TEMPO**

30

LA CLASSICA STRUTTURA VETTORE (ARRAY) E' A DIMENSIONE FISSA.

È UNA TABELLA MONODIMENSIONALE DI ELEMENTI OMOGENEI, SU CUI POSSONO EFFETTUARSI OPERAZIONI DI:

LETTURA (O SELEZIONE) REPERIMENTO DEL VALORE DI UN ELEMENTO

SCRITTURA (O SOSTITUZIONE) DI UN VALORE DI UN ELEMENTO CON UN NUOVO VALORE

UN VETTORE DI N ELEMENTI È INTESO COME SEQUENZA DI OGGETTI IN RELAZIONE D'ORDINE TRA LORO. L'ORGANIZZAZIONE IN MEMORIA CONSENTE L'ACCESSO DIRETTO AL SINGOLO ELEMENTO ATTRAVERSO L'INDICE.

31

SE VOLESSIMO DEFINIRE LE SPECIFICHE DI UN VETTORE

SPECIFICA SINTATTICA

TIPI :

VETTORE, INTERO, TIPOELEM

OPERATORI :

LEGGI VETTORE : (VETTORE, INTERO) → TIPOELEM

SCRIVIVETTORE : (VETTORE, INTERO, TIPOELEM) → VETTORE

32

SPECIFICA SEMANTICA

TIPI :

INTERO : L' INSIEME DEI NUMERI INTERI

VETTORE : L' INSIEME DELLE SEQUENZE DI n
ELEMENTI DI TIPO TIPOELEM

OPERATORI:

LEGGIVETTORE(V , i) = e

PRE : $1 \leq i \leq n$

POST : $e=V(i)$

SCRIVIVETTORE(V , i , e) = V'

PRE : $1 \leq i \leq n$

POST : $V'(i)=e, V'(j)=V(j)$ PER OGNI j
TALE CHE $1 \leq j \leq n \wedge j \neq i$

33

REALIZZAZIONE

IN MOLTI LINGUAGGI IL VETTORE È IL TIPO DI DATO
PRIMITIVO

IN FORTRAN

DIMENSION V (n)

LEGGI VETTORE (V , I) \Leftrightarrow V (I)

SCRIVIVETTORE (V , I ,e) \Leftrightarrow V (I)=e

IN altri linguaggi, l' array si definisce con Type

TYPE

TIPOELEM :

INDICE : 1 .. DIMMAX;

MATRICE = ARRAY[1 ..DIMMX] OF TIPOELEM

VAR

LEGGI VETTORE (V , I) \Leftrightarrow V [I]

SCRIVIVETTORE (V , I ,e) \Leftrightarrow V [I]:=e

34